

# Partielle Differentialgleichungen - Übungsblatt 0

Wintersemester 2018/2019

Prof. Dr. Anna Marciniak-Czochra, Chris Kowall

<http://www.biostruct.uni-hd.de/PartielleDifferentialgleichungen.php>

**Abgabe:** keine, nicht bewertetes Präsenzübungsblatt

---

## Aufgabe 0.1

Betrachten Sie die gewöhnliche Differentialgleichung

$$u'(t) = g(t)f(u(t)) \quad \text{für } t \geq 0$$

zu  $u(0) = u_0 \in \mathbb{R}$  und stetigen Funktionen  $g : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

- (a) Zeigen Sie im Fall  $f(u_0) \neq 0$ , dass es eine Umgebung  $[0, t_0)$  für  $t_0 > 0$  gibt, auf welcher eine eindeutige Lösung  $u \in C^1([0, t_0))$  dieses Anfangswertproblems existiert.
- (b) Untersuchen Sie den Spezialfall  $g \equiv 1$  und  $f(t) = \sqrt{t}$  auf eindeutige Lösbarkeit in Abhängigkeit des Anfangswerts  $u_0 \in \mathbb{R}$ .

## Aufgabe 0.2

Rekapitulieren Sie die wichtigsten Eigenschaften der Lebesgue-Räume  $L^p(\Omega)$  sowie der Sobolev-Räume  $W^{k,p}(\Omega)$  (siehe Skript Funktionalanalysis). Prüfen Sie, für welche  $\alpha \in \mathbb{R}$  die Funktion

$$u : B_1(0) \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto |x|^\alpha$$

in  $W^{1,p}(B_1(0))$  liegt, wobei  $B_1(0)$  die Einheitskugel bezeichne.