Universität Heidelberg | Wintersemester 2013/14

Aufgabenblatt 6 | 21. November 2013

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Informatiker I

Alexandra Köthe

Abgabetermin: 28. November 2013, 11:10 Uhr, im Foyer des Instituts für Reine Mathematik (INF 288).

Aufgabe 1

Berechnen Sie (alle Matrizen haben Einträge in $\mathbb{R}$):

a) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 4 & -3 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 6 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 101 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

Was fällt bei Beispiel d) auf? Kann dies auch bei der Multiplikation reeller Zahlen passieren? *4 Punkte*

Aufgabe 2

a) Bestimmen sie den Rang der folgenden Matrizen über dem Körper $\mathbb{R}$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 1 \\ 6 & 7 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

b) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $q \in \mathbb{Q}$, den Rang der Matrix

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & q & 2q \\ q & 1 & 1+q \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_{\mathbb{Q}}(3,3).$$

4 Punkte

Aufgabe 3

Wir betrachten das lineare Gleichungssystem mit Koeffizienten aus $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 &= 8, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 &= 1, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= -3. \end{aligned}$$

a) Schreiben Sie das System in der Form $Ax = b$.

b) Bringen Sie das System mithilfe elementarer Zeilenumformungen in obere Zeilenstufenform und berechnen sie die Lösungsmenge.

4 Punkte

Aufgabe 4

Bestimmen Sie jeweils die inverse Matrix folgender Matrizen mit reellen Einträgen:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

4 Punkte