Universität Heidelberg | Wintersemester 2013/14

Aufgabenblatt 4 | 7. November 2013

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Informatiker I

Alexandra Köthe

Abgabetermin: 14. November 2013, 11:10 Uhr, im Foyer des Instituts für Reine Mathematik (INF 288).

Aufgabe 1

Stellen Sie folgende komplexe Zahlen in der komplexen Ebene dar:

a) $1, \quad i, \quad 1+i, \quad -1+i, \quad 1-i, \quad -1-i,$

b) $3-i, \quad (3-i)\cdot i, \quad ((3-i)\cdot i)\cdot i, \quad (((3-i)\cdot i)\cdot i)\cdot i.$

2 Punkte

Aufgabe 2

a) Berechnen Sie Realteil, Imaginärteil und Betrag folgender komplexen Zahlen:

$$\frac{1}{2i}, \quad \frac{1}{4-3i}, \quad \frac{a+bi}{a-bi}, \quad \text{wobei } a, b \in \mathbb{R} \text{ mit } a, b \neq 0.$$

b) Berechnen Sie die konjugiert komplexe Zahl $\bar{z}$ für:

$$z = (3+9i)\cdot(15+i), \quad \text{und} \quad z = \left(\frac{2-i}{2-3i}\right)^{-1}.$$

2 Punkte

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Werte z^n, $n \in \mathbb{N}$ für die komplexe Zahl $z = \frac{(1+i)}{\sqrt{2}}$. Stellen Sie die Ergebnisse in der komplexen Zahlenebene dar. Was stellen diese Punkte geometrisch dar, wenn man sie alle miteinander verbindet? *2 Punkte*

Aufgabe 4

Sie erhalten die Nachricht $c = 126$ von der Sie wissen, dass sie mithilfe des RSA-Verfahrens mit dem öffentlichen Schlüssel $N = 143$ und $e = 29$ verschlüsselt wurde. Bestimmen sie die unverschlüsselte Nachricht. (Die Primfaktorzerlegung N ist durch $143 = 11 \cdot 13$ gegeben.) Überprüfen Sie ihr Ergebnis, indem Sie es erneut verschlüsseln. *4 Punkte*

Aufgabe 5

Die ISBN (Internationale Standardbuchnummer) wird zur eindeutigen Kennzeichnung von Büchern verwendet. Die ISBN-10 (Veröffentlichungen bis 2006) hat die Form

$$a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9p \qquad \text{wobei } a_i \in \{0, 1, \ldots, 9\}$$

Dabei steht a_1 für das Herkunftsland, $a_2a_3a_4$ für den Verlag und $a_5a_6a_7a_8a_9$ für das Buch. Die Zahl p ist eine Prüfziffer, die verwendet wird um Fehler beim Scannen oder Abtippen der ISBN zu erkennen.

Eine gültige ISBN entsteht, wenn die Prüfziffer p wird so gewählt, dass gilt:

$$10a_1 + 9a_2 + 8a_3 + 7a_4 + 6a_5 + 5a_6 + 4a_7 + 3a_8 + 2a_9 + p \equiv 0 \mod 11. \tag{1}$$

Dabei ist $p \in \{0, 1, \ldots, 8, 9, 10\}$, wobei statt 10 ein X geschrieben wird. Beim Scannen einer ISBN wird nun immer geprüft, ob die Gleichung (1) erfüllt ist.

a) Berechnen Sie die Prüfziffer p so dass 3 540 25782 p eine gültige ISBN wird.

b) Zeigen Sie, dass durch falsche Eingabe von einem a_i keine korrekte ISBN entsteht.

c) Zeigen Sie, dass durch Vertauschen von zwei benachbarten a_i keine korrekte ISBN entsteht.

6 Punkte